

一种新颖的蒙特卡洛压缩感知和字典学习方法用于高效的遥感机器人路径规划

Alghalya Al-Hajri, Ejmen Al-Ubejdij, Aiman Erbad, *Senior Member, IEEE*, Ali Safa, *Member, IEEE*

Abstract—近年来, 压缩感知 (Compressed Sensing, CS) 作为一种利用比传统奈奎斯特采样所需更少的测量来获取高分辨率感知数据的技术, 引起了极大的关注。与此同时, 无人机和漫游车等自主机器人平台逐渐成为遥感和环境监测任务 (包括温度、湿度和空气质量的测量) 的流行工具。在此背景下, 据我们所知, 本文首次研究了如何利用 CS 测量矩阵的结构来设计优化的采样轨迹, 用于机器人环境数据采集。我们提出了一种新颖的蒙特卡洛优化框架, 旨在生成测量矩阵, 最小化机器人路径长度和 CS 框架下的信号重建误差。我们方法的核心是应用字典学习 (Dictionary Learning, DL) 以获得数据驱动的稀疏化变换, 从而提高重建精度, 同时进一步减少机器人需要收集的样本数量。我们通过在海湾地区重建 NO_2 污染地图的实验, 展示了我们方法的有效性。结果表明, 与基于离散余弦变换 (DCT) 和多项式字典的传统 CS 方法相比, 我们的方法可以将机器人行驶距离减少到全覆盖路径的不到 10%, 同时重建精度提高超过五倍, 并且相比于先前提出的信息路径规划 (Informative Path Planning, IPP) 方法提高了两倍。

Index Terms—Compressed Sensing, Dictionary Learning, Monte-Carlo Optimization, Robot Path Planning

在过去的几十年中, 使用自主机器人进行远程环境感知得到了高度关注, 从用于海洋污染分析的自主水下航行器 (AUV) 和配备空气质量传感器的无人机, 到如 NASA 的“好奇号”火星车这样的数据采集探测器。与静态传感器相比, 使用机器人进行环境数据采集具有按需部署和传感器布局灵活性更高的诸多优势。另一方面, 由于采集速度、电池续航和整体运行时间方面的限制, 使用如探测车和无人机等机器人获取高空间分辨率的数据可能具有挑战性。例如, 如果需要使用无人机以高空间分辨率收集大片土地的环境数据, 机器人将需要执行一条显著长的数据采集路径, 因为无人机需要以网格状方式导航环境。除了限制机器人能够遵循的网格路径长度 (从而限制空间分辨率) 的有限无人机电池寿命之外, 遵循标准的网格状采样模式在许多情况下可能会使数据采集时间变得不切实际, 从而危及高空间分辨率的传感数据的获取。

为了帮助缓解这些问题, 并在资源受限的机器人上实现高空间分辨率的数据采样, 本文提出了一种新颖的 Monte-Carlo 算法用于基于随机测量矩阵 Φ 的结构的机器人路径规划, 这些矩阵用于压缩感知 (CS) 框架 [?] (参见图 ??)。CS 是一个创新的感知范式, 在过去的十年中引起了广泛关注, 它允许使用更少的 $M \ll N$ 测量 [?] 恢复更高

分辨率的自然信号 (例如, 维度为 N)。因此, CS 的次奈奎斯特采样能力使得它非常适合我们给定的机器人感知应用。我们提出的方法生成随机二进制测量矩阵样本, 并基于获得的机器人测量路径长度及测量矩阵样本 Φ 与 CS 框架中的稀疏诱导变基矩阵 Ψ 之间的不相干性来评估其适应性。关键是, 我们的方法不使用传统的预定义的稀疏诱导基 Ψ (例如傅里叶和多项式基 [?]), 而是尝试通过字典学习 (DL) 方法 [?] 从数据源中学习一个最佳变基 Ψ 。如在这项工作中所示, DL 能够学习一个变基 Ψ , 以最小化信号恢复误差, 同时允许使用高稀疏性测量矩阵 Φ , 从而与使用预定义变基相比, 导致更短的机器人路径长度。本文的贡献如下:

- 1) 据我们所知, 我们引入了一种新颖的蒙特卡罗采样方法, 该方法用于数据采集机器人在压缩感知框架下基于测量矩阵 Φ 的路径规划。
- 2) 我们通过在海湾地区应用我们的方法来恢复 NO_2 污染图, 实验验证了该方法的有效性。
- 3) 我们的实验结果表明, 机器人数据采集路径长度显著减少至通常所需覆盖总面积的 10%, 而信号恢复精度很高, 与使用标准离散余弦变换 (DCT) 和基于多项式的压缩感知程序相比, 信号恢复误差降低了超过 $\times 5$ 。
- 4) 我们将我们提出的方法与之前提出的信息路径规划 (IPP) 方法 [?], [?] 进行比较, 并证明我们的方法在给定机器人的路径长度下, 获得了超过 $\times 2$ 的更低地图恢复误差, 同时由于不需要在线优化, 与 IPP 情况相反, 它的计算复杂性显著降低。

本文的组织结构如下。背景在第 I 节提供。我们的方法在第 II 节详细介绍。实验结果在第 III 节展示。结论在第 ?? 节提供。

I. 背景

A. 先前工作

压缩感知 (CS) 已在各种环境感知系统中应用, 以减少重建空间场所所需的物理测量次数。虽然大多数方法侧重于在稀疏采样条件下提高重建精度, 但很少考虑测量矩阵的结构如何影响或与机器人运动规划对齐, 这在涉及移动平台的实际部署中尤为重要。M. T. Nguyen 等人 [?] 提出了一种用于多机器人环境监测的分布式压缩感知方法。机器人使用随机游走策略移动, 并在本地共享其测量值, 使每个机器人无需依赖中央单元即可进行场地重建。尽管该系统减少了通信开销并支持移动性, 但机器人路径未优化, 测量策略也未针对重建效率进行学习或调整。S. Yan 等人 [?] 探讨了使用高斯核基和贝叶斯 CS 进行场地重建的静态传感器部署。他们的方法侧重于通过创新采样来减少传感器部署数量。然而, 该框架假设传感位置固定, 并且有预定义的稀疏基, 未考虑自适应测量矩阵设计或移动

A. Al-Hajri, E. Al-Ubejdij and A. Safa are with the College of Science and Engineering, Hamad Bin Khalifa University, Doha, Qatar.

A. Erbad is with the College of Engineering, Qatar University, Doha, Qatar.

A. Safa supervised the work as Principal Investigator, proposed the presented methods, contributed to the technical developments, as well as to the writing of the manuscript. A. Al-Hajri and E. Al-Ubejdij contributed to the technical developments and to the writing of the manuscript. A. Erbad contributed to the writing of the manuscript.

性。深度学习也已整合到基于 CS 的环境应用中。例如, Q. Chang 等人 [?] 引入了一种基于 GAN 的模型来填补城市环境数据集中的缺失值, 展示了在高数据丢失情况下重建的改进。然而, 数据是从固定网格传感器收集的, 并且该方法假定无法控制采样位置或感知轨迹。类似地, S. Liu 等人在 [?] 中将压缩感知与 GANs 结合用于基于可见光的机器人定位。虽然该论文展示了 CS 在机器人技术中的应用, 但其重点在于协同定位, 而不是环境重建, 并且不涉及路径规划或矩阵优化。

据我们所知, 目前没有任何现有的方法研究如何优化 CS 测量矩阵的结构以影响机器人路径规划。这是本文中我们工作的一个重要空白。

与我们的工作更为密切相关的是, R. Marchant 等人 [?] 和 G. Hollinger 等人 [?] 提出了信息路径规划 (IPP) 方法, 用于恢复可以发现空间相关性的环境地图。基于 IPP 的工作的原理如下。首先, 环境感知机器人为环境初始化一个高斯过程模型, 有效地将要恢复的地图建模为高斯函数的混合。然后, 机器人寻求在数据采样方向上移动, 以最大化高斯过程的信息增益, 该信息增益定义为先验高斯模型与整合新数据点后获得的后验高斯模型之间的比率。因此, 机器人的移动是在实时在线做出决定的, 每个机器人感知步骤都需要进行计算密集的梯度下降步骤 [?]。在在线路径规划过程结束时, 将得到一个高斯过程模型, 以表示机器人要恢复的地图。

尽管我们提出的方法的目标与 IPP 相同 (即, 从少量传感数据恢复环境地图), 我们提出的算法在机器人路径规划中采用了一种根本不同的方法。首先, 我们使用压缩感知和字典学习, 而不是高斯过程。其次, 在我们的案例中, 机器人路径优化被表述为离线的 CS 感知矩阵优化问题, 这消除了像 IPP 中那样需要计算昂贵的在线路径规划。由于 IPP 是文献中先前提出的主要可比方法, 我们在第 III 节中将我们方法的性能与 IPP 进行比较。

B. CS 和字典学习背景

1) 压缩感知 (CS): 关注的是从少量 $M \ll N$ 测量中感知或恢复 N 维信号 \bar{s} 的问题。需要恢复的原始信号 \bar{s} 是通过 $M \times N$ 测量矩阵 Φ 测量得到的, 如下所示:

$$\bar{s}_m = \Phi \bar{s} \quad (1)$$

此外, 假设原始信号 \bar{s} 可以通过基变换 Ψ 表示为另一组稀疏系数 \bar{c} , 即 \bar{c} 是一个仅有少数几个非零项的 N 维向量, 并且与 \bar{s} 的关系如下:

$$\bar{s} = \Psi \bar{c} \quad (2)$$

然后, 可以表明, 通过求解以下优化问题, 可以从式 (1) 中有限的 M 测量 \bar{s}_m 中任意精度地恢复原始信号 \bar{s} :

$$\bar{c}^* = \arg \min_{\bar{c}} \frac{1}{2} \|\Phi \Psi \bar{c} - \bar{s}_m\|_2^2 + \lambda \|\bar{c}\|_1 \quad (3)$$

其中 λ 是一个超参数, 通过稀疏度引导的 l_1 -范数惩罚 $\|\bar{c}\|_1$ 设定 \bar{c} 的稀疏度级别。在使用例如迭代软阈值算法 (ISTA) 解决 (3) 之后, 原始信号可以以任意精度恢复为:

$$\bar{s} \approx \Psi \bar{c}^* \quad (4)$$

需要注意的是, 选择基矩阵 Ψ 对测量数量 M 和信号恢复质量之间的权衡有很大影响, 其中更合适的基变换 Ψ 可以用更少的测量实现信号恢复, 加快数据收集过程。预定义的基变换如离散余弦变换 (DCT) 通常用于形成矩阵

Ψ , 但这些基通常是通用的, 并未针对每个特定应用中可能遇到的特定信号特征量身定制。因此, 为了利用更合适的基变换, 字典学习被提出作为一种方法, 从一组样本 $\bar{s}_i, i = 1, \dots, n_d$ 中学习高度特定的基变换矩阵, 代表需要通过 CS 恢复的数据类型。字典学习 (DL) 关注于适当基变换矩阵 Ψ (或字典) 的无监督学习, 该矩阵可以最好地表示 (以均方误差最小化为准则) 目标信号 $\bar{s}_i, i = 1, \dots, n_d$ 的特征特性, 同时对相关变换系数 $\bar{c}_i, i = 1, \dots, n_d$ 施加稀疏性约束。DL 通过解决以下联合优化问题来学习 Ψ :

$$\bar{c}_i^*, \Psi^* = \arg \min_{\bar{c}, \Psi} \sum_{i=1}^{n_d} \frac{1}{2} \|\Psi \bar{c}_i - \bar{s}_i\|_2^2 + \lambda \|\bar{c}_i\|_1 \quad (5)$$

其中 λ 是一个设置变换系数 $\bar{c}_i, \forall i$ 稀疏水平的超参数。

联合优化问题 (5) 通常通过交替进行以下步骤来解决: i) 考虑在 (5) 中 Ψ 固定并求解所有 \bar{c}_i 的优化步骤, 以及 ii) 考虑在 (5) 中所有 \bar{c}_i 固定并求解 Ψ 的优化步骤。收敛之后, 得到一个字典或基变换 Ψ^* , 与使用预定义的基 (如 DCT 和多项式字典 [?]) 相比, 它以更真实的方式代表信号源的特性。

在下一节中, 将利用 DL 和 CS 来建立一种新颖的路径规划方法, 用于指导无人机器人车辆, 这些车辆可以用于环境传感任务。

II. 方法

在本节中, 我们介绍了一种新颖的基于蒙特卡罗方法的自主传感机器人路径规划方法, 该方法结合了压缩感知 (CS) 和字典学习 (DL)。我们方法的关键见解在于利用 CS 框架中的测量矩阵 Φ 的结构来生成优化的机器人路径规划, 这种规划平衡了三个关键因素: 最小化机器人的行驶距离、最大化测量矩阵 Φ 与字典 Ψ 之间的不相干性, 并确保高质量的信号重建 (即低重建误差)。

A. 问题表述

给定一个需要高空间分辨率感知的环境区域 (例如, 用于 NO_2 污染物浓度测量的地理区域), 我们的目标是设计一条高效的路径, 以便机器人在收集测量数据的同时能够进行跟踪。这条路径应该能够使用 CS 高精度重构整个区域, 同时最小化机器人的行驶距离。我们将其表述为 CS 框架内的优化问题, 其中 Φ 表示定义哪些位置被测量 (1) 和哪些被跳过 (0) 的二元随机测量矩阵, Ψ 表示从训练数据中学习到的字典 (或基变换)。然后, 通过寻找遍历所有测量位置 (即, Φ 中包含 1 值的条目) 的最短路径来确定机器人的路径。

B. 提出的蒙特卡罗优化

算法 1 详细介绍了我们提出的蒙特卡罗采样方法, 该方法用于优化我们的 CS 设置中的测量矩阵 Φ 的设计。该方法生成随机的测量矩阵候选, 并基于一个多目标成本函数 C 进行评估, 该函数在 (6) 中考虑了三个方面的贡献: i) 路径长度 \mathcal{L} , 即机器人必须行走以访问所有测量位置的总距离 (越短越好); ii) 测量矩阵 Φ 与字典 Ψ 之间的相互不相干性 μ (7), 衡量的是 Φ 和 Ψ 列之间的最大内积, 根据 CS 理论 [?] 需要将其最小化; 以及 iii) 在验证数据集上计算的重建误差 \mathcal{E} (越低越好)。

$$C = \lambda_{valid} \cdot \mathcal{E} + \lambda_{path} \cdot \mathcal{L} + \lambda_{incoh} \cdot \mu \quad (6)$$

$$\mu(\Phi, \Psi) = \max_{1 \leq q, r \leq n} |\langle \phi_q, \psi_r \rangle| \quad (7)$$

在公式 (6) 中, 总成本 C 的每一项都是通过超参数 λ_{valid} , λ_{path} 和 λ_{incoh} 加权的, 它们分别设定了重建误差 \mathcal{E} 、路径长度 \mathcal{L} 和不相干性 μ 的重要性。

对于每一个生成的 r^{th} 随机样本 Φ^r , 算法 1 评估其相关联的成本 C^r , 如果它比之前的最小成本 C_{min} 小, 则将新生成的样本 Φ^r 保存为当前的最优解 $\Phi^* \leftarrow \Phi^r$ 。经过若干 n_{iter} 次迭代后, 在蒙特卡罗采样期间表现出最小成本 C 的测量矩阵 Φ^* 被作为优化过程的结果返回。

Algorithm 1 用于传感机器人的蒙特卡洛 CS-DL 路径规划

Input: Dictionary Ψ (e.g., learned through Dictionary Learning, see Eq. 5), validation data \mathcal{X}_{valid} , measurement matrix dimension $M \times N$, measurement sparsity p , number of Monte-Carlo samples n_{iter} , hyper-parameters λ_{valid} , λ_{path} , λ_{incoh}

Output: Optimized measurement matrix Φ^* and corresponding robot path

- 1: Initialize $C_{min} \leftarrow \infty$ (initial minimum cost)
- 2: **for** $r = 1$ to n_{iter} **do**
- 3: Generate random binary matrix $\Phi^r \in \{0, 1\}^{M \times N}$ with probability p of having a 1 and $(1 - p)$ for 0.
- 4: // Φ^r indicates the r^{th} sample
- 5: Optionally: prune columns with few measurements ($\sum_j \Phi_{ij} \leq \theta$ with e.g., $\theta = 3$)
- 6: // Compute incoherence following (7).
- 7: $\mu \leftarrow \text{compute_incoherence}(\Phi^r, \Psi)$
- 8: // Compute robot path length
- 9: Convert Φ^r to binary measurement image I by summing rows, thresholding (10) and un-flattening (see Section II-C).
- 10: $\text{path}^r, \text{length}^r \leftarrow \text{find_shortest_path_over_ones}(I)$
- 11: // Compute validation error
- 12: $\text{error}^r \leftarrow 0$ // Initialize
- 13: **for each sample** \bar{s}_j in \mathcal{X}_{valid} **do**
- 14: $\bar{s}_{m,j} \leftarrow \Phi^r \bar{s}_j$ (obtain measurements)
- 15: Solve $\min_{\bar{c}} \frac{1}{2} \|\Phi^r \Psi \bar{c} - \bar{s}_{m,j}\|_2^2 + \lambda \|\bar{c}\|_1$ using LASSO
- 16: $\hat{s}_j \leftarrow \Psi \bar{c}$ (reconstruct signal)
- 17: $\text{error}^r \leftarrow \text{error}^r + \|\bar{s}_j - \hat{s}_j\|_2^2$
- 18: **end for**
- 19: $\text{error}^r \leftarrow \text{error}^r / |\mathcal{X}_{valid}|$ (average error)
- 20: // Compute total cost
- 21: $\mathcal{E} \leftarrow \text{error}^r, \mathcal{L} \leftarrow \text{length}^r$
- 22: $C^r = \lambda_{valid} \cdot \mathcal{E} + \lambda_{path} \cdot \mathcal{L} + \lambda_{incoh} \cdot \mu$ // See (6).
- 23: **if** $C^r < C_{min}$ **then**
- 24: $C_{min} \leftarrow C^r$
- 25: $\Phi^* \leftarrow \Phi^r$
- 26: $\text{path}^* \leftarrow \text{path}^r$
- 27: **end if**
- 28: **end for**
- 29: **return** Φ^*, path^*

C. 机器人路径计算

为了从测量矩阵 Φ^* 中推导出机器人路径, 我们注意到测量信号 \bar{s}_m 是从需要恢复的原始信号 \bar{s} 获得的:

$$\bar{s}_m = \Phi^* \bar{s} \quad (8)$$

通过观察 N 维度的 \bar{s} , 我们在 (8) 中看到, \bar{s} 中需要测量的条目将对应于所有等于 1 的 Φ^* 的行向元素的并集:

$$\bar{\mathbf{1}} = \{\Phi_1^* = 1\} \cup \{\Phi_2^* = 2\} \cup \dots \cup \{\Phi_D^* = 1\} \quad (9)$$

, 其中 Φ_j^* 表示 j^{th} 行, $\bar{\mathbf{1}}$ 是一个指示向量, 在 \bar{s} 中需要测量的条目中包含 1, 其它地方为 0。

在实践中, 可以通过先沿着列对 Φ^* 求和, 然后对条目进行阈值处理 (算法 1 的第 8 行) 来计算 9:

$$\bar{\mathbf{1}} = \{\bar{a} \stackrel{?}{>} 0\} \text{ with } \bar{a} = \sum_{j=1}^M \Phi_j^* \quad (10)$$

现在, 假设要测量的信号 \bar{s} 对应于已被展平为一维向量的二维热图, 则可以通过首先将 $\bar{\mathbf{1}}$ 展平成二维表示, 并选择与 1 值相对应的条目, 从而获得需要测量在热图网格上的二维坐标。

最后, 可以使用例如贪心的最近邻方法来找到使机器人覆盖所有需要测量的网格坐标的最短路径, 这种方法近似地解决了旅行商问题 (TSP) [?] (在我们的背景下, 路径规划最小化算法的具体选择并不具有重要意义, 因为它是在 Φ 的优化过程中离线应用的)。

由于 Φ 的稀疏性对机器人路径长度和测量时间具有关键影响, 我们在我们的 CS 背景下提出了一种新方法, 以增强测量矩阵 Φ 的稀疏水平。首先, 我们的方法计算 Φ 每列中的 1 的数量。然后, 对于每一列 i , 如果其 1 的数量 n_{ones} 小于阈值 θ , 那么这一列中的所有条目将被强制为零, 从而有效地进一步减少 1 的数量:

$$\Phi_{ij}^* = 0, \forall j = 1, \dots, D \text{ if } a_i < \theta \text{ with } a_i = \sum_{j=1}^M \Phi_{ij}^* \quad (11)$$

在算法 1 中, 稀疏性增强步骤 (11) 可以选择性地应用于第 4 行。我们的实验将显示, 这种稀疏性增强的方法可以显著减少机器人路径长度, 同时不会显著影响信号重建质量。

III. 实验结果

在我们的实验设置中, 我们使用环境地图来展示卡塔尔邻近的海湾地区的 NO_2 污染物的大气浓度, 我们的研究小组在该地区进行研究。 NO_2 数据通过谷歌地球获取, 并基于来自哥白尼哨兵-2 号任务的卫星图像。图 1 显示了选定的地理区域及其相关的 NO_2 浓度热图 (1390×994 像素), 这在我们的研究中作为输入数据集。

使用图 1 中显示的热图作为输入数据集, 我们应用滑动窗口方法, 步长为 32, 提取大小为 128×128 的图像块。这个过程产生了 1120 个总共为 NO_2 的浓度块, 这些块在定义的地理区域内空间分布。为了减少与实验相关的计算成本, 提取的 128×128 块随后被下采样到尺寸为 32×32 。结果, 我们构建了一个记为 $D = P_i, i = 1, \dots, n_d$ 的数据集, 其中每个 P_i 代表一个 32×32 大小的 NO_2 浓度值块, 总样本数为 $n_d = 1120$ 。

在接下来的实验中, 我们将数据集 D 划分为三个子集: 用作训练的 70%, 用作验证的 5%, 以及用作测试的 25%

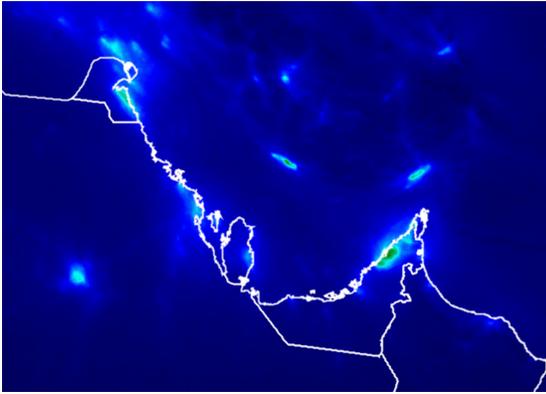


Fig. 1: 在我们的实验中使用的二氧化氮 (NO_2) 浓度热图作为数据来源。更亮的值表示更高的 NO_2 浓度。地图上的数值在 0 和 1 之间进行归一化。国家边界仅作示意用途。

。训练子集用于学习字典 Ψ ，该字典作为稀疏化基础，使用第 ?? 节中详述的 DL 方法。此步骤使用 python 中的 `sklearn` 库实现。在学习 Ψ 之后，我们利用验证子集进行基于蒙特卡罗的优化（在算法 1 中概述），以推导出优化后的测量矩阵 Φ^* 及其相应的数据采集机器人路径长度。最终，学习到的字典 Ψ 和优化后的矩阵 Φ^* 在 DL-CS 框架中用于评估测试子集上的地图重建性能。

随后，我们在本节构建的数据集 \mathcal{D} 上采用了第 II 节中描述的基于 DL-CS 的路径规划方法，并展示了相应的实验结果。

A. 结果

图 2 展示了在测试集上，随着机器人路径长度变化的 CS 重建误差。通过执行算法 1 获得这些结果，在该算法中，对概率参数 $p = 0.03, 0.04, \dots, 0.12$ 的不同取值进行测试，该参数控制生成测量矩阵 Φ 时随机构造为 1 的可能性（见算法 1 的第 3 行）。为进行比较，图中还包括不结合第 ?? 节介绍的增强稀疏化 (ES) 技术时获得的结果。每个图都是在三个独立的试验中进行平均估算的，且每个试验使用不同的随机初始化（在所有实验中保持一致）。报告的曲线表示这些运行之间的平均性能，相应的标准偏差由阴影区域表示。

如预期所示，图 2 显示，机器人的路径长度增加会导致测试集上的重建误差减少，因为沿着较长路径收集到更多的信号测量。此外，可以观察到，两条曲线在路径长度大约为 ~ 600 时都到达了平台期，此时重建误差稳定在大约 ~ 0.14 。

值得注意的是，图 2 突出了在第 ?? 节中介绍的 ES 技术的显著优势，它使得在给定的机器人路径长度下，CS 重建误差减少了大约 60%。例如，在路径长度大约为 ~ 300 时，应用 ES 得到的测试误差大约为 ~ 0.17 ，而不应用该方法时（如橙色曲线所示）为 ~ 0.275 。这些发现清楚地强调了所提出的 ES 方法在生成优化的 CS 测量矩阵 Φ 方面的有效性，从而在实现高精度数据重建（即，更低的测试误差）的同时，能够缩短机器人路径长度。

为了说明我们方法的有效性，图 3 展示了通过使用优化后的测量矩阵 Φ^* 获得的重建的 NO_2 浓度图，以及由算法 1 生成的机器人数据采集轨迹，如图 4 所示。如图 4 所

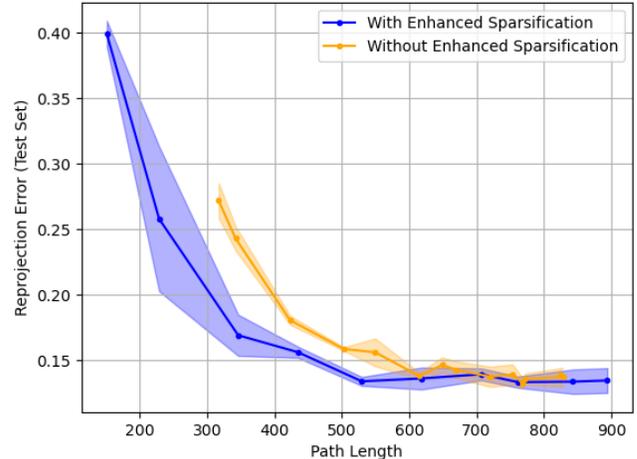


Fig. 2: 在函数中，测试集上的 CS 重建误差与机器人路径长度有关。可以清楚地看到，使用所提出的增强稀疏化方法 (11)，在给定的路径长度下获得了显著较低的重建误差。随着路径长度的增长，两条曲线都趋于相似的重建误差 ~ 0.14 。此外，使用所提出的增强稀疏化方法 (11) 使得蒙特卡罗程序在优化过程中能够达到比不使用 (11) 在橙色图上更短的机器人路径长度 ~ 200 。

示，生成的机器人路径显著稀疏，仅需访问 32×32 网格中总位置的少于 10% 的位置，同时仍能准确重建浓度图。

a) Ground Truth NO_2 Patch b) CS Reconstruction

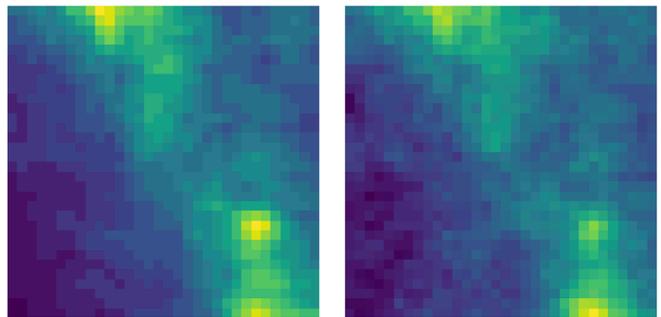


Fig. 3: 使用我们提出的蒙特卡罗 CS 测量矩阵优化方法进行 NO_2 图像重构的示例。a) 地面真实 NO_2 浓度地图 (32×32)，其中机器人被设置为导航并收集压缩测量；b) 使用优化后的机器人测量路径获得的重构地图。

B. 超参数对优化结果的影响

此外，我们研究了 (6) 中的优化超参数如何影响生成的机器人路径长度、重建误差和 CS 不相关性度量。在接下来的实验中，我们固定 $\lambda_{valid} = 1$ ，系统地改变 λ_{path} 和 λ_{incoh} 的值来分析不同超参数配置的影响。图 5 说明了 λ_{path} 的变化如何影响生成的机器人路径长度。正如预期的那样，增加 λ_{path} 会导致更短的机器人轨迹。图 6 进一步展示了对 CS 重建误差的相应影响：随着 λ_{path} 增加，测试误差也随之上升。这一行为是可以预料到的，因为 λ_{path} 的更高值强调最小化路径长度，从而减少了采集的测量数量，最终降低了重建精度。

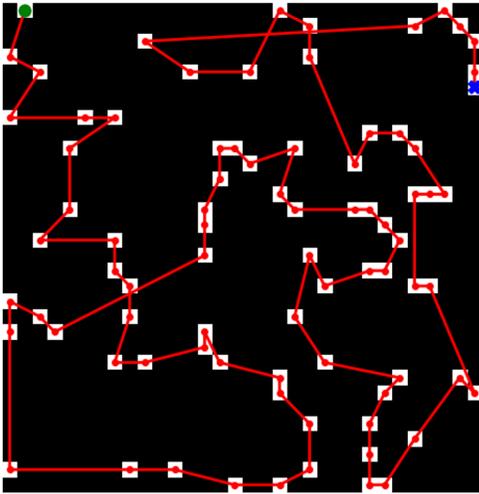


Fig. 4: 优化的机器人传感路径。需要被感知的区域被细分为 32×32 网格。

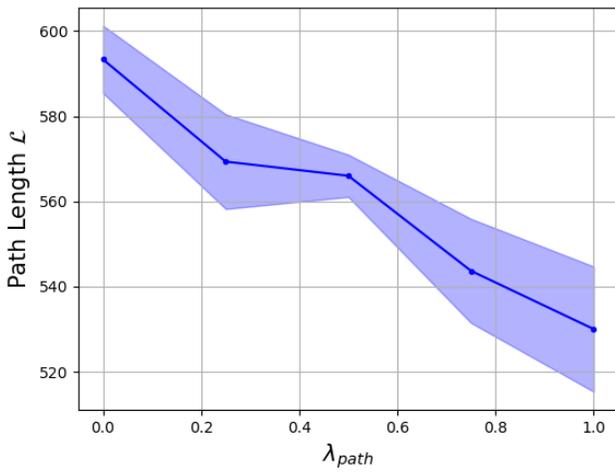


Fig. 5: λ_{path} 对生成的机器人路径长度的影响。

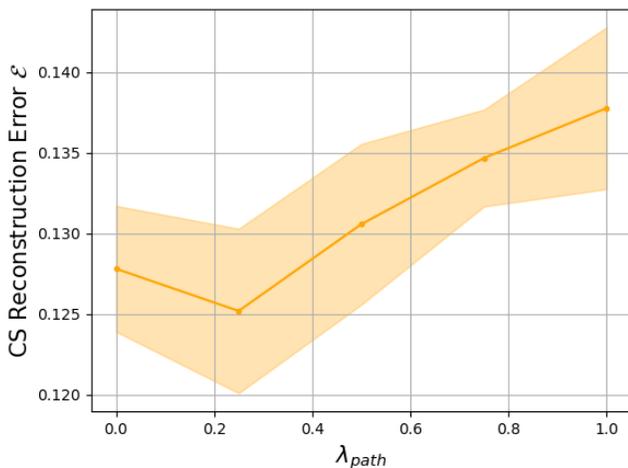


Fig. 6: λ_{path} 对 CS 重建误差的影响。

关于 λ_{incoh} 的影响，图 7 表明增加 λ_{incoh} 会导致优化测量矩阵 Φ^* 与字典 Ψ 之间的不相干测度 μ (定义见方程 7) 减少。尽管在使用我们的数据集时没有观察到 λ_{incoh} 对重建测试误差的统计显著影响，调整该超参数可以显式控制不相干性 $\mu(\Phi^*, \Psi)$ 。鉴于在压缩感知理论中，最小化不相干性是信号成功恢复的关键因素之一，这种能力在某些应用背景下可能证明是有价值的。

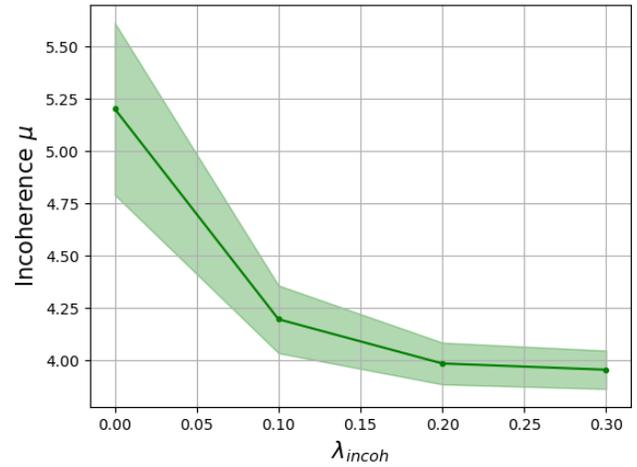


Fig. 7: λ_{incoh} 对优化测量矩阵 Φ^* 的相干性 μ 的影响。

C. 字典学习与预定义字典

此外，图 8 探讨了如第 ?? 节所述，采用 DL 获得自适应基 Ψ 的重要性，与此相对的是依赖于标准的、预定义的字典，如离散余弦变换 (DCT) 或多项式字典，这些在压缩感知文献中常常使用 [?]。

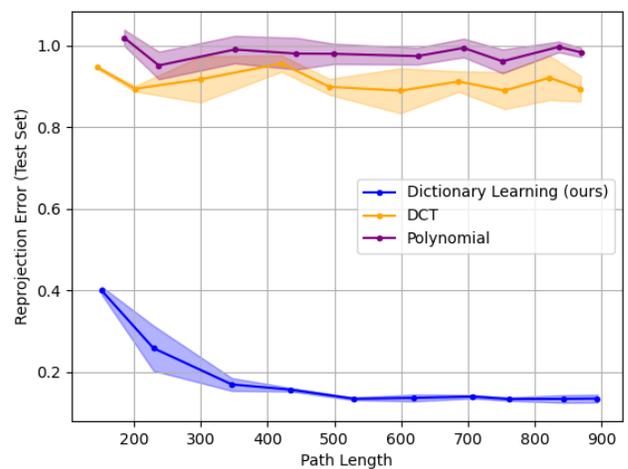


Fig. 8: 将深度学习与预定义的 DCT 和多项式字典使用进行比较。使用深度学习学习一个适合的基变换 Ψ (如在我们提出的方法中所用) 会导致压缩感知重建误差降低超过 $\times 5$ 。

图 8 清楚地表明，在我们建议的框架中实施字典学习 (DL) 对于实现低重建误差是至关重要的。虽然预定义字典

典如 DCT 和多项式基在压缩感知中被广泛使用，但在应用于与短机器人路径长度相对应的低维测量矩阵时，它们未能提供令人满意的重建精度，这正是本文研究中的情况。该发现与之前文献中的工作 [?] 一致，该工作强调了学习字典的优势，即在处理具有很少测量维度（例如在我们的实验中为 $M = 35$ ）的高度稀疏测量矩阵时能够实现高精度的压缩感知重建。

D. 与先前工作的比较

最后，将我们提出的方法与紧密相关的 IPP 方法 [?], [?] 进行比较是很重要的，这对于从减少的测量集进行机器人路径规划和地图恢复非常重要。即使 IPP 和我们提出的方法的目标相似，我们的方法通过使用 CS 和 DL 从根本上与 IPP 不同，而 IPP 使用高斯过程。为了将我们的方法与 IPP 进行比较，我们将 IPP 应用于本节中实验用的 3 折测试数据集，并计算实际样本与恢复的地图之间的平均重建误差。我们在改变感知点数量的情况下重复这些实验，从而导致不同的机器人路径长度。图 9 比较了我们提出的方法与 IPP 的性能。

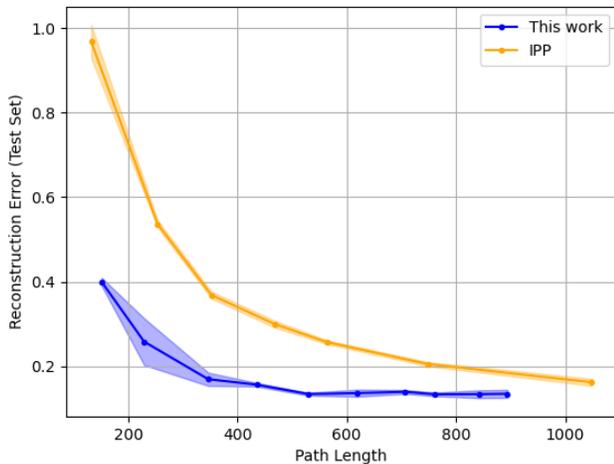


Fig. 9: 将我们提出的方法与 IPP 进行比较。很明显，我们提出的方法在给定的机器人路径长度上显著优于 IPP（平均误差降低超过 $\times 2$ ）。

图 9 清晰地表明，我们提出的方法通过在给定的机器人路径长度上平均达到超过 $\times 2$ 的更低重建误差，显著优于 IPP。我们的方法能够达到更低重建误差的能力预期是由于使用了 DL，它在学习过程中（通过方程 5 中的 l_1 范数）对信号表示施加了稀疏性约束，从而学习到一个合适的字典 Ψ 。相比之下，IPP 使用高斯过程建模，没有对数据表示施加稀疏先验，因此需要更多的测量才能达到低重建误差。

最后，我们提出的方法在另一个关键方面优于 IPP，这与两种方法的运行时计算复杂性有关。IPP 在实时路径规划中，机器人需要维护一个在环境中导航的高斯过程模型。对于每一步路径规划，机器人需要找到一个导航方向，以最大化高斯过程的信息增益。这通常是通过每次机器人移动到下一个传感位置时执行在线梯度下降程序来实现的。相比之下，我们提出的算法不需要任何计算昂贵的在线优化步骤。我们的方法将诸如 DL 和 Φ （算法 1）的蒙特卡

罗优化等计算繁重的方面有效地推入一个完全离线阶段。一旦该离线阶段执行完毕（例如，在后端服务器上），优化后的传感矩阵 Φ^* 可直接用于指导机器人路径，免除了在机器人端进行计算昂贵的在线优化的需求。这一优势在资源受限的机器人平台（如具有有限电池寿命和计算能力的无人机）中尤为重要。

本文介绍了一种新颖的基于蒙特卡罗的方法，用于优化压缩感知应用中的测量矩阵设计，旨在实现高精度的信号重建，同时尽量减少机器人收集压缩测量所需的导航路径长度。重要的是，我们的结果表明，利用字典学习来获得稀疏化基显著减少了给定机器人路径长度下的 NO_2 地图重建误差，优于依赖于预定义字典（如 DCT 和多项式基）的方法，后者往往会产生更高的重建误差。此外，我们的方法相较于先前提出的信息路径规划（IPP）方法，在给定路径长度下的重建误差降低了超过 $\times 2$ 。未来工作中，我们计划在实际的机器人数据收集平台上实施我们的路径规划策略，并展示其在实际场景中的应用。